

Modelos VAR y Garch multivariado para la proyección del precio de las acciones de Amazon y análisis de volatilidad (2019-2023)

Multivariate VAR and Garch models to project Amazon share prices and volatility analysis (2019-2023)

MARÍA CONSTANZA TORRES TAMAYO¹ - ÁLVARO HERNANDO CHAVES CASTRO² - ALBERTO ALEJANDRO CHAPARRO VIRACACHÁ³

1. Magíster en Dirección Financiera. Economista. Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. maria.torrest@escuelaing.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1869-6080>.

2. Magíster en Economía. Economista. Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. alvaro.chaves@escuelaing.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1865-3558>.

3. Economista con énfasis en Finanzas. Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. alejandrochaparro11@outlook.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1899-7812>.

Recibido: 25/09/2025 Aceptado: 30/10/2025

Disponible en http://www.escuelaing.edu.co/es/publicaciones_revista
<http://revistas.escuelaing.edu.co/index.php/reci>

Resumen

Durante el periodo 2019-2023, caracterizado por *shocks* macroeconómicos de alta magnitud —entre estos, la pandemia de covid-19 y episodios de inflación acelerada en Estados Unidos—, la predicción del precio de activos de alta capitalización como Amazon (AMZN) representa un desafío metodológico relevante para la gestión del riesgo financiero.

Por tal razón, en este artículo se construye y evalúa un enfoque de modelado integrado que combina un modelo VAR (vector autorregresivo) multivariado de orden 6, un modelo Garch (1,1) para la volatilidad condicional y el cálculo del valor en riesgo (VaR) mediante cuatro metodologías complementarias. El modelo VAR incorpora el PIB trimestral de Estados Unidos, el índice CPI-U y el S&P 500 como variables exógenas, proyectadas previamente mediante modelos Arima seleccionados con criterios AIC y BIC. La novedad del enfoque radica en aplicar el VaR sobre los precios proyectados mediante un modelo de vectores autorregresivos (VAR) —no sobre precios históricos—, convirtiendo esta métrica en un indicador de riesgo prospectivo integrado al modelo predictivo.

Los resultados evidencian convergencia entre metodologías de VaR (Monte Carlo: -3,79 %; Delta Histórico: -3,65 %; EWMA: -2,19 %), validando la consistencia interna del modelo. El Garch (1,1) confirma persistencia significativa de la volatilidad en AMZN ($\alpha = 1,000$), mientras el VAR de orden 6 captura la dinámica conjunta entre el precio de la acción y los fundamentos macroeconómicos. El VaR prospectivo

sobre proyecciones alcanzó -0,3993 (IC 95 %), indicando pérdidas moderadas esperadas en el horizonte trimestral.

Estos hallazgos sugieren que la integración de herramientas económicas multivariadas mejora sustancialmente la capacidad de gestión del riesgo en carteras con exposición a acciones tecnológicas de alta capitalización.

Palabras claves: VAR multivariado, Garch, valor en riesgo, proyección de precios, series temporales financieras.

Abstract

During 2019-2023, a period marked by high-magnitude macroeconomic shocks—including the Covid-19 pandemic and accelerated inflation in the United States—predicting the price of high-capitalization assets such as Amazon (AMZN) poses a relevant methodological challenge for financial risk management.

For this reason, this paper constructs and evaluates an integrated modeling approach combining a multivariate VAR (Vector Autoregression) model of order six, a Garch (1,1) model for conditional volatility, and Value at Risk (VaR) estimation using four complementary methodologies. The VAR model incorporates US quarterly GDP, the CPI-U index, and the S&P 500 as exogenous variables, previously projected using Arima models selected by AIC and BIC criteria. The novelty lies in applying VaR to VAR-projected prices—rather than historical

prices— thereby transforming this metric into a prospective risk indicator integrated within the predictive model.

Results show convergence across VaR methodologies (Monte Carlo: -3.79% ; Delta Historical: -3.65% ; EWMA: -2.19%), validating the models' internal consistency. The Garch (1,1) confirms significant volatility persistence in AMZN ($\alpha = 1.000$), while the order-6 VAR captures the joint dynamics between the stock price and macroeconomic fundamentals. The prospective VaR over projections reached -0.3993 (95 % CI), indicating moderate expected losses over the projected quarterly horizon.

These findings suggest that integrating multivariate econometric tools improve risk management capacity for portfolios exposed to high-capitalization technology stocks.

Keywords: Multivariate VAR; Garch; Value at Risk; price projection; financial time series.

INTRODUCCIÓN

La predicción del precio de activos financieros en mercados volátiles constituye uno de los problemas centrales de la econometría financiera aplicada. La complejidad se intensifica cuando el activo analizado pertenece a un sector de alta sensibilidad macroeconómica y experimenta *shocks* estructurales de consideración, como ocurrió con Amazon (AMZN) durante el periodo 2019-2023. En ese lapso, el mercado global enfrentó la pandemia de covid-19, una recuperación económica asimétrica, el ciclo inflacionario más agudo de las últimas cuatro décadas en Estados Unidos y el consecuente endurecimiento de la política monetaria de la Reserva Federal. Todos estos eventos generaron episodios de alta volatilidad en el precio de AMZN, incluyendo el *split* de acciones 20:1 ejecutado en junio de 2022, que redujo el precio unitario de aproximadamente USD 3.000 a USD 150, ampliando el acceso de inversores minoristas.

Desde el punto de vista del activo analizado, Amazon constituye un caso de estudio interesante. Fundada en 1994 y con cotización en el Nasdaq desde 1997 (precio inicial: USD 18), la empresa pasó de ser una librería en línea a convertirse en la tercera mayor empresa del S&P 500 por capitalización de mercado en 2023, con más de 1,5 millones de empleados en el ámbito global. Su trayectoria bursátil refleja la complejidad de modelar un activo cuya valoración incorpora expectativas de crecimiento a largo plazo en un entorno de alta incertidumbre. La incorporación de variables macroeconómicas en el modelo predictivo busca captar precisamente esa dimensión sistémica del riesgo que los modelos univariados no pueden observar.

En este contexto, la pregunta que orienta esta investigación es la siguiente: ¿en qué medida la integración de un modelo (VAR)¹ multivariado —con el producto interno bruto (PIB), inflación y S&P 500 como variables exógenas—, un modelo Garch² para la volatilidad condicional y el análisis VaR³ permite proyectar el precio de la acción de Amazon (AMZN) y cuantificar el riesgo de pérdida asociado a dicha inversión durante el periodo 2019-2023?

La hipótesis central sostiene que dicha integración produce proyecciones con mayor capacidad explicativa que los enfoques univariados, y genera estimaciones de riesgo consistentes entre distintas metodologías (paramétrica, histórica y simulación de Monte Carlo) para el periodo analizado.

La contribución del artículo es doble. En primer término, propone un marco de modelado que vincula la dinámica de precios con fundamentos macroeconómicos mediante un VAR de orden 6 estimado con validación cruzada y selección de hiperparámetros por AIC/BIC⁴. En segundo lugar, aplica el VaR sobre los precios proyectados por el VAR —no sobre la serie histórica—, convirtiendo al VaR en una métrica de riesgo prospectiva, integrada al modelo predictivo. Este enfoque resulta especialmente relevante para gestores de riesgo que requieren no solo proyecciones de precio, sino también cuantificación del riesgo asociado en horizontes definidos. El artículo se organiza así: primero se revisa la bibliografía, luego se describen los datos y la metodología, después se presentan resultados y discusión, y por último, se formulan las conclusiones.

1. Es una herramienta para el análisis multivariado de series de tiempo denominada vectores autorregresivos (VAR).
2. Hace referencia a un modelo de volatilidad para la varianza autorregresivo generalizado con heterocedasticidad condicionada (Garch, por su sigla en inglés).
3. Valor en riesgo (VaR, por su sigla en inglés) es un modelo estadístico que estima la pérdida máxima esperada de una cartera o posición financiera en un horizonte de tiempo determinado, dado un nivel de confianza específico; generalmente, se encuentra entre 95 % y 99 %.
4. Son los criterios estadísticos de Akaike y bayesiano de Schwartz que permiten escoger los modelos más robustos desde el punto de vista estadístico.

REVISIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA

La modelación de la volatilidad condicional en series financieras tiene sus fundamentos en el trabajo seminal de Engle (2001), quien demostró que la varianza de los rendimientos exhibe dependencia temporal —fenómeno conocido como *volatility clustering*— y que su captura mejora la estimación del riesgo. La extensión generalizada Garch (p,q) propuesta por Bollerslev (1986) sigue siendo la especificación de referencia en el análisis de volatilidad de activos de renta variable, con amplia evidencia empírica de su superioridad frente a modelos de volatilidad constante.

En cuanto a la predicción multivariada de precios, los modelos VAR introducidos por Sims (1980) ofrecen un marco flexible para captar interdependencias dinámicas entre series financieras y macroeconómicas, sin imponer restricciones de exogeneidad *a priori*. Stock y Watson (2001) documentaron que la inclusión de variables macroeconómicas como el PIB y la inflación mejora la capacidad predictiva de los modelos VAR frente a especificaciones univariadas, particularmente en horizontes cortos y medianos.

La cuantificación del riesgo mediante el VaR tiene su marco normativo en los Acuerdos de Basilea, que desde Basilea II establecen el VaR como el instrumento estándar para la medición del riesgo de mercado en instituciones financieras. Jorion (2007) sistematizó las principales metodologías —paramétrica, histórica y Monte Carlo—, y señaló sus ventajas y limitaciones relativas. En el contexto latinoamericano, Caicedo y Castañeda (2022) aplicaron metodologías VaR para la gestión del riesgo de mercado en activos de la Bolsa de Valores de Colombia, mientras que Alarcón, Galeano y Villamil (2021) analizaron el riesgo financiero de contratos de futuros de agua entre 2019 y 2021, evidenciando la utilidad del enfoque para activos con alta volatilidad.

La relación entre variables macroeconómicas y precios de acciones ha sido ampliamente documentada. Fama (1990) y Schwert (1990) encontraron que los rendimientos del mercado accionario están correlacionados con la actividad económica real, y con el producto interno bruto (PIB) mostrando poder predictivo significativo sobre los precios. En el caso de las acciones tecnológicas, esta relación es especialmente pronunciada debido a su alto componente de crecimiento futuro descontado: cambios en las tasas de interés —determi-

nadas en parte por la inflación— afectan directamente la valoración por flujos de caja descontados.

En lo referente a la selección de modelos de series de tiempo, Akaike (1974) introdujo el criterio AIC y Schwarz (1978) el BIC, herramientas estándar para la comparación de especificaciones en modelos financieros. Ambos criterios penalizan la complejidad del modelo de manera diferente: el AIC aplica una penalización de $2k$ (donde k es el número de parámetros), mientras que el BIC aplica $\ln(n)k$ (donde n es el tamaño de la muestra), siendo este último más restrictivo con modelos sobreparametrizados. En el presente artículo se aporta evidencia empírica para AMZN durante un periodo de particular exigencia metodológica, caracterizado por disrupciones estructurales que limitaron la capacidad predictiva de los modelos univariados.

METODOLOGÍA

Datos

Se utilizaron datos trimestrales del periodo comprendido entre el primer trimestre de 2019 y el cuarto trimestre de 2023. Las variables incluidas son: a) el precio ajustado de cierre de AMZN expresado en logaritmos; b) el producto interno bruto (PIB) trimestral de Estados Unidos, obtenido del Bureau of Economic Analysis; c) el índice de precios al consumidor urbano (CPI-U), publicado por la Oficina de Estadísticas Laborales (BLS), y d) el índice S&P 500, como referencia del mercado bursátil amplio. Los precios de AMZN y el S&P 500 se obtuvieron de Investing.com en periodicidad diaria y se agregaron a frecuencia trimestral, al tiempo que se ajustó la serie de precios de AMZN para reflejar el *split* 20:1 de junio de 2022, manteniendo la comparabilidad a lo largo del periodo. Para el VaR financiero se emplearon datos diarios del 2 de enero de 2019 al 2 de enero de 2024, con un monto de referencia de 5.000 millones de acciones. Todos los modelos se estimaron en Python, con las librerías *statsmodels* (Arima y VaR), ARCH y Garch.

Cálculo del valor en riesgo (VaR)

El VaR se estimó mediante cuatro metodologías con un nivel de confianza del 95 %. Los rendimientos logarítmicos se calcularon como $\text{Rend}_t = \ln(P_t/P_{t-1})$. La metodología Delta normal asume distribución normal y

estima el VaR como $VaR = S * \sigma * F * \sqrt{t}$, donde S es el monto invertido, σ la volatilidad histórica, F el número de desviaciones estándar y t el horizonte en semanas. El método EWMA (JP Morgan, $\lambda = 0,95$) estima la varian-za dinámica como $\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} R_{t-i}^2$. La simu-lación histórica aplica rendimientos históricos al precio actual mediante $P_n = P_1 * e^{R_d}$. Finalmente, la simulación de Monte Carlo con Risk Simulator determinó la mejor distribución estadística de los rendimientos mediante el criterio de Kolmogorov-Smirnov, ejecutando 5.000 ensayos, y el VaR se obtuvo como el percentil del 5 % de la distribución simulada.

Proyección de variables exógenas mediante Arima

Las variables macroeconómicas (PIB e inflación) se proyectaron mediante modelos Arima⁵ seleccionados por mínimo AIC y BIC. Para el PIB, el modelo óptimo resultó ser un Arima (1,1,1) ajustado con la función auto.arima, con residuos sin autocorrelación significativa (prueba de Ljung-Box, $p > 0,05$). Para la inflación (CPI-U), el modelo seleccionado fue un Arima en dife-rencias logarítmicas, validado mediante corroboración de proyecciones contra valores observados.

La incorporación del PIB y la inflación (CPI-U) como variables exógenas sigue la extensión conocida como (VARX)⁶ (Lütkepohl, 2005, cap. 10), que permite acomodar la influencia de variables externas sin modelar su retroalimentación desde el sistema endógeno. Este tratamiento se fundamenta en el concepto de exoge-neidad débil de Engle, Hendry y Richard (1983), en el cual una variable se puede tratar como condicionante del sistema cuando los parámetros de interés no de-penden del proceso marginal que la genera. Desde una perspectiva económica, este supuesto es plenamente justificable: el precio de la acción de Amazon, siendo un activo individual, carece de capacidad para afectar los agregados macroeconómicos de Estados Unidos a un nivel estadísticamente significativo, por lo que la hipótesis de no causalidad en sentido Granger desde

el sistema endógeno hacia el PIB e inflación resulta coherente con la bibliografía.

El análisis se complementa con modelos de la familia ARCH⁷/Garch y la estimación del valor en riesgo (VaR), reconociendo que el pronóstico de precios accionarios involucra dos dimensiones distintas pero relacionadas: la dinámica de los niveles y la evolución de la volatilidad. Mientras el VAR capta las interdependencias entre va-riables en media, los modelos Garch permiten modelar la heterocedasticidad condicional característica de los retornos financieros (Engle, 1982; Bollerslev, 1986), y el VaR traduce estas estimaciones en una medida de riesgo interpretable para la toma de decisiones. La combina-ción de estas estrategias econométricas responde a la naturaleza multidimensional del pronóstico financiero, donde ningún modelo único capta en forma suficiente tanto la tendencia como la incertidumbre asociada.

Modelo VAR multivariado

Se estimó un modelo VAR multivariado que relaciona el precio de AMZN con las variables macroeconómicas proyectadas anteriormente. El orden óptimo se deter-minó mediante validación cruzada y criterios AIC/BIC, resultando en un VAR (6). El modelo final incorpora seis rezagos de cada variable (AMZN, S&P 500, infla-ción y PIB) y un componente de tendencia polinomial de segundo orden.

Se presentan los coeficientes estimados del modelo VAR 2 para la ecuación de los rendimientos trimestrales de Amazon (AMNZt), organizados en el panel A por variable y rezago, y las métricas globales de ajuste en el panel B. En cuanto a los términos deterministas, el intercepto positivo (+0,355) sugiere una tendencia base de crecimiento en los rendimientos, mientras que los coeficientes de tendencia lineal (-0,010) y cuadrática (+0,0002) indican una trayectoria inicialmente decre-ciente que se modera en el tiempo. Entre las variables rezagadas, se destacan los coeficientes negativos y de magnitud elevada del PIB en los rezagos 2, 3 y 4 (-3,944; -2,875; -3,046), lo que sugiere que expan-siones del producto rezagadas se asocian con caídas posteriores en los rendimientos de AMNZ, reflejando

5. Se refiere a un modelo univariado de series de tiempo con componentes autorregresivos (AR), integrado (I) y de promedios móviles (MA).
6. Es un modelo de vectores autorregresivos que incorpora variables exógenas (X) en su construcción.

7. Son modelos de volatilidad de la varianza autorregresivos, con heterocedasticidad condicional.

Tabla 1
Coeficientes estimados del modelo VAR 2 (ecuación de AMNZt)

Panel A. Coeficientes estimados por variable y rezago. Variable dependiente: AMNZt					
Rezago	Variable	Coeficiente	Rezago	Variable	Coeficiente
—	Constante	+0,354637	t	Tendencia (t)	−0,010084
t ²	Tendencia (t ²)	+0,000202			
t−1	AMNZt−1	−0,116519	t−1	S&P 500t−1	−0,448238
t−1	Inflaciónt−1	−0,014306	t−1	PIBt−1	−2,231289
t−2	AMNZt−2	−0,501327	t−2	S&P 500t−2	+1,277411
t−2	Inflaciónt−2	+0,011722	t−2	PIBt−2	−3,944298
t−3	AMNZt−3	−0,023705	t−3	S&P 500t−3	+0,936889
t−3	Inflaciónt−3	−0,004761	t−3	PIBt−3	−2,875310
t−4	AMNZt−4	+0,126578	t−4	S&P 500t−4	+0,322878
t−4	Inflaciónt−4	−0,003130	t−4	PIBt−4	−3,046383
t−5	AMNZt−5	+0,267221	t−5	S&P 500t−5	−1,439507
t−5	Inflaciónt−5	+0,003140	t−5	PIBt−5	+0,752163
t−6	AMNZt−6	−0,609474	t−6	S&P 500t−6	+0,640638
t−6	Inflaciónt−6	−0,006169	t−6	PIBt−6	−1,193857

Panel B. Métricas globales del modelo VAR 2			
Log-Likelihood	+199,187	AIC	−16,5622
BIC	−11,7628	HQIC	−14,9054
FPE	4,83×10 ^{−7}	Rezagos ópt.	6 (trend: ctt)
Variables	4	N obs.	Ver nota ²

Nota: Estimado sobre rendimientos trimestrales pct_change() de AMNZ y S&P 500; inflación y PIB en niveles. Selección por validación cruzada (maxlags=6, trend='ctt').

² Errores estándar, t-estadísticos y p-valores disponibles bajo solicitud a los autores (Lütkepohl, 2005).

Fuente: Elaboración propia a partir de un modelo VAR.

posiblemente ciclos de corrección tras periodos de crecimiento económico sostenido.

El S&P 500 muestra coeficientes alternantes en signo a lo largo de los rezagos, con valores positivos en t−2 (+1,277) y t−3 (+0,937) y negativos en t−1 (−0,448) y t−5 (−1,440), lo que es consistente con dinámicas de reversión a la media propias de activos de alta capitalización (Lütkepohl, 2005). Las métricas del panel B confirman la adecuación global del modelo: el AIC de −16,56 y el BIC de −11,76 representan una mejora sustancial frente al modelo VAR 1 (AIC = +26,15), validando la transformación a rendimientos y la selección de seis rezagos con tendencia cuadrática.

Modelo Garch para la volatilidad condicional

Para captar la heterocedasticidad condicional en los rendimientos de AMZN, se estimó inicialmente un modelo ARCH. La ecuación de media es $r_t = \bar{r} + \delta_{t-1} + \varepsilon_t$, y la ecuación de varianza condicional del Garch (p,q) es $\sigma_t^2 = \omega + \sum \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \sum \beta_q \sigma_{t-q}^2$. Dado que el modelo ARCH inicial mostró correlación serial residual significativa, se adoptó el Garch (1,1) como especificación

final, justificado por la superioridad de sus criterios de información (AIC = −94,47, BIC = −88,25 comparado con un ARCH: AIC = −96,47, BIC = −91,80) y la significancia estadística de α_1 ($p = 0,012$).

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

Resultados del VaR histórico

A continuación, se resumen los resultados del VaR calculado sobre datos históricos de AMZN (2019-2024) con las cuatro metodologías implementadas (tabla 2).

La convergencia entre metodologías es notable: tres de las cuatro arrojan valores entre −3,16 % y −3,65 %, con Monte Carlo en −3,79 %. Esta consistencia valida la robustez del análisis de riesgo. La metodología EWMA⁸

- EWMA (Exponentially Weighted Moving Average). Método estadístico de suavizamiento de series de tiempo que asigna pesos exponencialmente decrecientes a observaciones pasadas, priorizando datos recientes. Se emplea ampliamente en la estimación de volatilidad y gestión de riesgos financieros.

muestra el menor VaR (-2,19 %), reflejo de su mayor sensibilidad a los rendimientos recientes, que en el año 2023 mostraron una recuperación sostenida de AMZN, en tanto que la simulación de Monte Carlo identificó la distribución de Laplace como la mejor aproximación a los rendimientos históricos (criterio Kolmogorov-Smirnov), seguida de la distribución logística, sugiriendo colas más pesadas que la normal, resultado consistente con la evidencia empírica sobre rendimientos de activos tecnológicos.

Tabla 2

Resultados comparativos de metodologías VaR (IC 95 %, monto base: 5.000 millones de acciones)

Metodologías	VaR (%)	VaR (USD)
Delta histórico	-3,65 %	-27,35 billones
EWMA	-2,19 %	-16,38 billones
Simulación de probabilidad	-3,16 %	-23,69 billones
Simulación histórica	-3,32 %	-24,88 billones
Monte Carlo (Risk Simulator)	-3,79 %	—

Fuente: Elaboración propia a partir de la estimación de un modelo VAR.

Proyecciones de variables exógenas

Los modelos Arima para PIB e inflación ofrecieron proyecciones razonables, validadas contra datos observados. El PIB de Estados Unidos mostró una trayectoria de recuperación moderada pospandemia, mientras que la inflación exhibió el pico característico de 2022 y el inicio de la desaceleración en 2023. Estas proyecciones se incorporaron como variables exógenas en el modelo VAR, dotándolo de un componente prospectivo macroeconómico ausente en los modelos univariados.

Estimación y resultados del modelo VAR

La selección del orden óptimo mediante validación cruzada resultó en un VAR de orden 6, lo que implica que el precio de AMZN depende de los seis trimestres anteriores de todas las variables del sistema. La Tabla 3 resume las métricas de ajuste del modelo final.

El coeficiente del S&P 500 en el rezago $t-1$ (-0,4482) indica una relación negativa a corto plazo entre el índice rezagado y el precio de AMZN, interpretable como ajuste de portafolio cuando el mercado amplio sube. Los coeficientes del S&P 500 en rezagos

$t-2$ y $t-3$ son positivos y considerables (1,277 y 0,937), lo que indica que la tendencia del mercado amplio predice el precio de AMZN con dos y tres trimestres de rezago. Los coeficientes del PIB en varios rezagos muestran magnitudes elevadas (entre -2,2 y -3,9), las cuales reflejan la alta sensibilidad de las acciones tecnológicas al ciclo económico.

Tabla 3

Métricas de ajuste del modelo VAR (6) final

Criterio	Resultado
Orden del VAR (por AIC/BIC)	6
Correlación residuales AMZN-S&P 500	Baja, no significativa
Durbin-Watson (ecuación AMZN)	~2,0 (sin autocorrelación serial)
Validación cruzada	Convergente

Fuente: Elaboración propia, a partir de la estimación de un modelo VAR.

Resultados del modelo Garch

Los resultados del Garch (1,1) con sus coeficientes estimados se presentan en la ecuación (2) y confirman la presencia de agrupamiento de volatilidad en AMZN. El coeficiente $\alpha_1 = 1,000$ indica que el impacto de los errores al cuadrado del periodo anterior en la varianza condicional es total, implicando alta persistencia de los *shocks* de volatilidad. El parámetro $\omega = 1,0872 \times 10^{-3}$ sugiere un nivel base de volatilidad relativamente bajo, lo que sugiere a su vez una volatilidad relativamente estable en la serie, al menos en comparación con otras fuentes de variabilidad.

$$(2) \hat{\sigma}_{t-AMZN}^2 = 1,0872 \times 10^{-3} + 1,000 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$$

Para la serie temporal de S&P 500 (ecuación 3), el coeficiente α es 0,0663, lo que indica un impacto moderado del error al cuadrado en el periodo anterior en la varianza condicional. Esto sugiere que la serie exhibe cierta persistencia en la volatilidad. El valor de ω es $8,7329 \times 10^{-4}$, lo que indica una componente constante de volatilidad en el modelo Garch. Similar a AMZN, el modelo no incluye un componente ARMA. El log-likelihood es positivo (72,5503), y tanto el AIC como el BIC son negativos, lo que indica un buen ajuste del modelo.

$$(3) \hat{\sigma}_{t-SP500}^2 = 8,7329 \times 10^{-4} + 0,0663 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$$

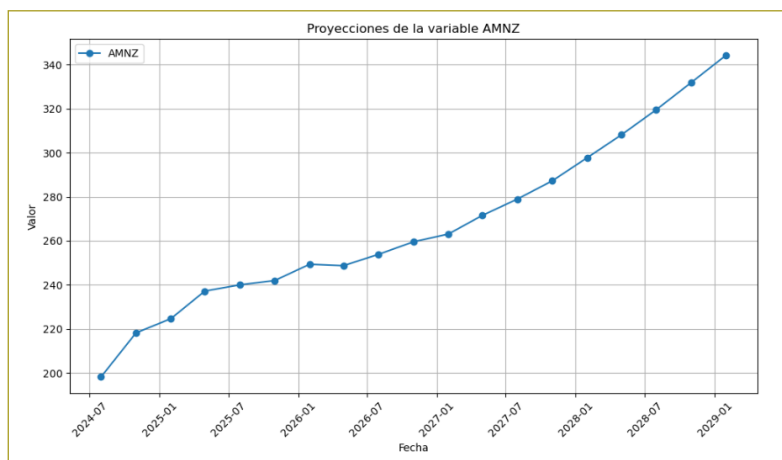


Figura 1. Proyecciones del precio de AMZN, modelo VAR(6)

Fuente: Elaboración propia, a partir de la estimación de un modelo VAR.

Por su parte, la ecuación (4) presenta la estimación del modelo Garch para la serie temporal de inflación, cuyo coeficiente α es 0,9150, lo que sugiere un impacto significativo del error al cuadrado en el periodo anterior en la varianza condicional. Esto apunta a una alta persistencia en la volatilidad de la inflación. El valor de ω es 5,5500e-02, lo que indica una componente constante de volatilidad en el modelo Garch. El coeficiente β es 0,9150, cifra que muestra una alta persistencia en la volatilidad. Sin embargo, el log-likelihood es negativo (-49,8407), y tanto el AIC como el BIC son positivos, lo que sugiere un ajuste óptimo del modelo en comparación con los otros.

$$(4) \hat{\sigma}_{t-\text{Inf}}^2 = 5,5500 \times 10^{-2} + 9,1500 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$$

La varianza estimada para la serie temporal de PIB (ecuación 5) muestra que el coeficiente α es 0,9338, lo que indica un impacto significativo del error al cuadrado en el periodo anterior en la varianza condicional, así como una alta persistencia en la volatilidad del PIB. El valor de ω es 1,0436e-05, lo que apunta a una componente constante de volatilidad en el modelo Garch. El coeficiente β es 0,9338, lo cual indica una alta persistencia en la volatilidad. El log-likelihood es positivo (106,787), y tanto el AIC como el BIC son negativos; esto sugiere un buen ajuste del modelo.

$$(5) \hat{\sigma}_{t-\text{PIB}}^2 = 1,0436 \times 10^{-5} + 9,3380 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$$

Por último, para la serie temporal Vol_Billon, el coeficiente α es 1.000, lo que sugiere que el impacto del error al cuadrado en el periodo anterior en la varianza condicional es total. El valor de ω es 3.1000e-02, lo que

indica una componente constante de volatilidad en el modelo Garch. Similar a AMZN, el modelo no incluye un componente ARMA. Sin embargo, el log-likelihood es negativo (-24.6282), y tanto el AIC como el BIC son positivos, lo que sugiere un ajuste óptimo del modelo en comparación con los otros.

$$(6) \hat{\sigma}_{t-\text{VolBill}}^2 = 3,1000 \times 10^{-2} + 1,000 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$$

Los resultados de la estimación de la volatilidad a través de los modelos Garch, permiten detectar periodos de persistencia de la volatilidad en el precio de las acciones de analizadas, y estiman de manera robusta la dinámica de la varianza en episodios altamente influenciados por los fundamentales de la macroeconomía y por el evento exógeno inducido por la aparición del covid 19.

A renglón seguido se comparan ARCH y Garch a partir de los criterios estadísticos de Akaike y bayesiano de Schwartz (tabla 4).

Los residuos del modelo Garch (1,1) (figura 2) exhiben un patrón de *volatility clustering*⁹ documentado por Bollerslev (1986) y Engle (1982): periodos de baja variabilidad se alternan con episodios de alta dispersión asociados a choques sistémicos identificables. El pico

9- El agrupamiento de volatilidad (*volatility clustering*) es la tendencia de los mercados financieros a presentar periodos de alta volatilidad seguidos de otros periodos de alta volatilidad, y periodos de calma seguidos de calma. En términos estadísticos, implica que la varianza de los rendimientos no es constante, sino que depende de su historia reciente, lo que viola el supuesto de homocedasticidad de los modelos clásicos.

de 2016 coincide con el ciclo electoral estadounidense y la normalización de tasas de la Reserva Federal, el de 2018 refleja la guerra comercial Estados Unidos-China y el de 2020 corresponde al choque de la pandemia de covid-19, evento que Alqahtani et al. (2023) identificaron como el mayor perturbador de la volatilidad bursátil del S&P 500 en el periodo reciente, con efectos diferenciados por sector y especialmente pronunciados en empresas tecnológicas de alto volumen de operaciones; por último, el repunte de 2024 es consistente con el ciclo de ajuste monetario de la Fed iniciado en 2022. Toma (2023), en un estudio análogo sobre acciones del sector TI con modelos Arima-Garch, encontró que estos picos no comprometen la validez del modelo siempre que los residuos no exhiban autocorrelación serial sistemática, condición que el presente modelo satisface, lo que confirma la adecuación de la especificación Garch (1,1) para captar la dinámica de volatilidad condicional de AMZN en el periodo 2015-2024.

Tabla 4

Comparación ARCH vs. Garch (1,1) para la serie AMZN

Criterio	ARCH	Garch (1,1)
AIC	-96,47	-94,47 ✓
BIC	-91,80	-88,25 ✓
Significancia α_1	No significativo	$p = 0,012$ ✓
Autocorrelación residual	Presente	Ausente ✓

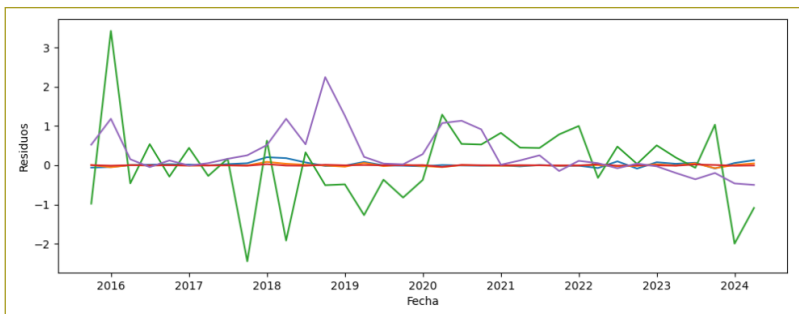
Fuente: Elaboración propia, a partir de la estimación de un modelo ARCH y Garch.

En el correlograma siguiente (figura 2) se muestra que los residuos del modelo Garch (1,1) presentan autocorrelaciones cercanas a cero en todos los rezagos, con excepción del rezago 0 —que, por construcción estadística, siempre toma el valor de 1—. Este patrón simétrico respecto al eje vertical confirma la ausencia de dependencia serial sistemática en los residuos, lo que constituye una condición necesaria para validar la adecuación de la especificación del modelo.

Box y Jenkins (1976) establecieron que la no significancia de las autocorrelaciones residuales es el criterio diagnóstico fundamental para evaluar si un modelo de series temporales ha captado correctamente la estructura de dependencia de los datos. Para el caso específico de activos tecnológicos de alta capitalización, Toma (2023) señala que la persistencia de picos aislados en los rezagos intermedios, como los observados en los rezagos ± 1 y ± 2 (figura 3), no compromete la validez del modelo cuando no superan las bandas de confianza al 95 %, siendo atribuibles a ruido muestral propio de series financieras trimestrales con número reducido de observaciones.

Análisis de riesgo de las proyecciones del modelo VAR

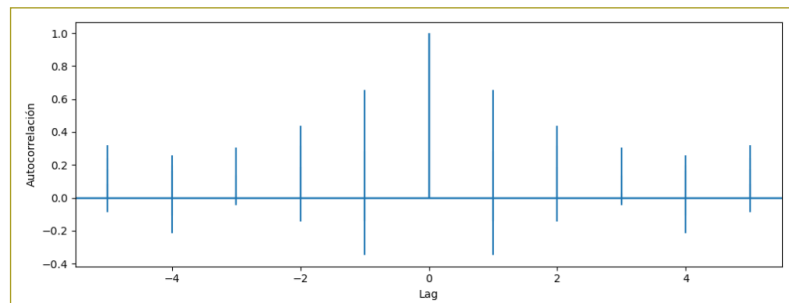
En razón de las proyecciones proporcionadas por el modelo VAR final, después de someterlas a un riguroso proceso de evaluación de su calidad, calibración

**Figura 2. Residuos del modelo Garch (1,1) - AMZN**

Fuente: Elaboración propia, a partir de la estimación de un modelo ARCH y Garch.

Figura 3. Autocorrelación del modelo Garch (1,1) - AMZN

Fuente: Elaboración propia, a partir de la estimación de un modelo ARCH y Garch.



y relevancia, mediante diversas pruebas estadísticas y econométricas para validar su complejidad y ajuste, surge la necesidad de profundizar en el análisis del comportamiento de estos precios proyectados. Para esto se recurre al cálculo del valor en riesgo (VaR), una métrica que, como se ha destacado a lo largo de este trabajo, es fundamental en la gestión de riesgos financieros. El *software* Risk Simulator facilita el cálculo del VaR al permitir la simulación de múltiples escenarios y la evaluación de la distribución de rendimientos de los activos financieros, lo que permite identificar y cuantificar los riesgos potenciales en el portafolio de inversión; esto ayuda a los inversionistas y gestores de riesgos a tomar decisiones informadas, así como a implementar estrategias de mitigación adecuadas.

Al analizar el comportamiento de los precios proyectados en términos de VaR con el apoyo del *software* Risk Simulator, se obtiene una visión más completa y precisa del riesgo inherente a las proyecciones del modelo VAR, lo cual proporciona una base sólida para la toma de decisiones financieras y la gestión eficaz del riesgo en un entorno dinámico y volátil del mercado. Este trabajo en conjunto de ambas herramientas es el objetivo principal del presente escrito.

La aplicación del análisis de riesgo sobre los precios proyectados por el VAR —mediante simulación de Monte Carlo con Risk Simulator— arroja un VaR de $-0,3993$, con un nivel de confianza del 95 % para el horizonte trimestral proyectado. La mejor distribución ajustada a las rentabilidades proyectadas resultó ser la distribución Gumbel máxima (criterio Kolmogorov-Smirnov), indicando que la distribución de pérdidas potenciales tiene colas asimétricas sesgadas a la derecha: los escenarios de pérdida extrema, aunque poco probables, no son despreciables.

Este resultado se debe interpretar tomando en cuenta que el número de datos proyectados es limitado (horizonte trimestral), lo que restringe la precisión de la estimación. Sin embargo, la magnitud del VaR prospectivo ($-0,3993$) es consistente con el perfil de riesgo moderado que muestran las metodologías históricas.

Este resultado, respaldado por un análisis riguroso y una evaluación detallada de la distribución de rendimientos, brinda una guía valiosa para la toma de decisiones financieras informadas. A pesar de su limitado suministro de precios proyectados, este VaR es capaz de dar una perspectiva importante en el análisis de riesgo,

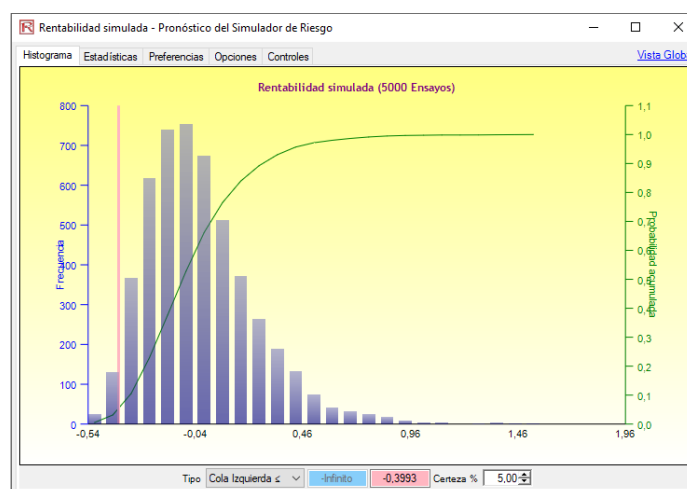


Figura 4. Distribución del VaR sobre proyecciones del VAR (IC 95 %)

Fuente: Elaboración propia mediante el *software* Risk Simulator.

dada una inversión en las acciones de Amazon en los cuatro años siguientes después del periodo de análisis utilizado para la estimación de modelo VAR.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un enfoque integrado de modelado financiero que combina un VAR multivariado de orden 6, un modelo Garch (1,1) y el cálculo del VaR mediante cuatro metodologías, aplicado al precio de las acciones de Amazon durante el periodo 2019-2023. Los principales hallazgos son los siguientes.

En primer término, la convergencia observada entre las metodologías de VaR histórico ($-3,16$ % a $-3,79$ %) valida la consistencia interna del modelo y confirma que la máxima pérdida esperada diaria con un 95 % de confianza se sitúa en torno al $-3,79$ % según Monte Carlo, resultado coherente con la alta volatilidad que caracterizó a AMZN durante el periodo de estudio. Estas cifras respaldan la hipótesis planteada sobre la consistencia entre metodologías.

En segundo lugar, el modelo VAR (6) demostró que la dinámica del precio de AMZN está significativamente influenciada por las condiciones macroeconómicas con rezagos de hasta seis trimestres. La inclusión del PIB, la inflación y el S&P 500 mejoran la capacidad del modelo para captar los ciclos de ajuste que experimenta una acción de alto crecimiento frente a cambios en el entorno económico, resultado que no se puede obtener con modelos univariados.

En tercera instancia, la adopción del Garch (1,1), justificada por criterios de información y significancia estadística, confirma la presencia de persistencia de volatilidad en AMZN ($\alpha_1 = 1,000$). Este resultado tiene implicaciones directas para la gestión del riesgo: los *shocks* de volatilidad tienden a mantenerse en el tiempo, lo que exige estrategias de cobertura dinámicas.

La aplicación del análisis de valoración en riesgo (VaR) a partir de las proyecciones del modelo de vectores autorregresivos (VAR)¹⁰ introduce una dimensión metodológica novedosa que transforma al VaR de una métrica retrospectiva en un indicador prospectivo de riesgo. Desde una perspectiva práctica, la distribución Gumbel máxima ajustada a las proyecciones sugiere que los escenarios de pérdida extrema tienen mayor probabilidad que la asignada por una distribución normal, reforzando la necesidad de complementar el VaR con métricas de riesgo en las colas (Expected Shortfall o CVaR) en periodos de alta incertidumbre macroeconómica.

Como limitación principal, el modelo depende de la calidad de las proyecciones macroeconómicas generadas por Arima: errores en la proyección del PIB o la inflación se propagan al VAR. Para investigaciones futuras se sugiere incorporar variables adicionales (tasas de interés de la Fed, rendimientos del bono del Tesoro a diez años), explorar especificaciones Garch-M que retroalimenten la volatilidad estimada como variable en la ecuación de media del VAR y extender el análisis a una cartera diversificada de acciones tecnológicas del S&P 500.

Agradecimientos

Si el trabajo proviene de un proyecto financiado con fondos públicos, o representa a una empresa o entidad, es recomendable mencionarlo en esta sección. También se pueden incluir agradecimientos a personas o entidades que hayan apoyado el desarrollo o mejora de la investigación, como los evaluadores. Esta sección solo debe completarse en la versión final, después de que el manuscrito haya sido aceptado para publicación.

10. El modelo de valoración en riesgo arroja un VaR prospectivo de -0,3993, con un intervalo de confianza del 95 % (IC 95 %). Esto indica que, con un 95 % de certeza, la pérdida máxima esperada no será superior al 39,93 % del valor de la cartera en el horizonte de tiempo proyectado.

Autoría

La profesora María Constanza Torres sugirió las ideas y la estructura del artículo, y asesoró el tema relacionado con portafolio de inversiones. El profesor Álvaro Hernando Chaves asesoró la implementación de las metodologías econométricas relacionadas con los modelos univariados y multivariados de series de tiempo, así como los modelos de volatilidad. El economista Alberto Chaparro tuvo a su cargo el desarrollo de la programación y el diseño de códigos en el programa Python para la estimación de los modelos, y colaboró en la búsqueda y compilación de la información a partir de diversas fuentes.

REFERENCIAS

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Alarcón Valenzuela, J., Galeano Murcia, J., y Villamil Moreno, A. (2021). *Contratos de futuro de agua (NH₂O) y cálculo de su riesgo financiero entre el 2019 y 2021*. Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.
- Alqahtani, A., Bouri, E., y Vo, X. V. (2023). Stock market forecasting accuracy of asymmetric Garch models during the covid-19 pandemic. *Finance Research Letters*, 51, 103520. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2023.103520>
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Box, G. E. P., y Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control* (2ª ed.). Holden-Day.
- Caicedo Ocampo, H., y Castañeda Vargas, A. (2022). *Ranking del riesgo de mercado de los bancos que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) utilizando metodologías VaR para el periodo enero 2020-marzo 2022*. Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. <https://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/2102>
- Campbell, J. Y., y Shiller, R. J. (1988). The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors. *Review of Financial Studies*, 1(3), 195-228. <https://doi.org/10.1093/rfs/1.3.195>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- Engle, R. F. (2001). Garch 101: the use of ARCH/Garch models in applied econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157-168. <https://doi.org/10.1257/jep.15.4.157>
- Engle, R. F., Hendry, D. F., y Richard, J. F. (1983). Exogeneity. *Econometrica*, 51(2), 277-304. <https://doi.org/10.2307/1911990>
- Fama, E. F. (1990). Stock returns, expected returns, and real activity. *Journal of Finance*, 45(4), 1089-1108. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1990.tb02428.x>
- Investing.com (s. f.). Gráfico de Amazon.com (AMZN) en tiempo real. <https://es.investing.com/equities/amazon-com-inc-chart>
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk* (3ª ed.). McGraw-Hill.

- Lütkepohl, H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-27752-1>
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36(4), 394-419. <https://doi.org/10.1086/294632>
- MarketScreener (s. f.). Composición S&P 500. <https://es.marketscreener.com/indice/SP-500-US78378X1072/componentes/>
- Ramírez, E., y Ramírez, P. (2007). Metodología para el cálculo del valor en riesgo mediante simulación histórica. *Revista de Economía Financiera*, 12(1), 45-68.
- Rodó, P. (2022, 24 de noviembre). Modelo VAR. *Economipedia*. <https://economipedia.com/definiciones/modelo-var.html>
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6(2), 461-464. <https://doi.org/10.1214/aos/1176344136>
- Schwert, G. W. (1990). Stock returns and real activity: a century of evidence. *Journal of Finance*, 45(4), 1237-1257. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1990.tb02434.x>
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48. <https://doi.org/10.2307/1912017>
- Stock, J. H., y Watson, M. W. (2001). Vector autoregressions. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 101-115. <https://doi.org/10.1257/jep.15.4.101>
- Toma, L. R. (2023). Exploring the effectiveness of Arima and Garch models in stock price forecasting: an application in the IT industry. *Informatica Economica*, 27(3), 61-72.