Análisis y comparación de los resultados de la simulación de flujo de un modelo físico a escala con el modelo numérico utilizado por el *software* IBER 2D

Analysis and comparison of the results of flow simulation in a scale physical model with the numerical model used by software IBER 2D

DIEGO ANDRÉS GARCÍA MENDIVELSO¹ - HÉCTOR MATAMOROS RODRÍGUEZ²

1. Magíster en Ingeniería Civil de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

2. Profesor de la Maestría en Ingeniería Civil de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

diego.garcia@mail.escuelaing.edu.co - hector.matamoros@escuelaing.edu.co

Recibido: 10/02/2019 Aceptado: 22/02/2019 Disponible en http://www.escuelaing.edu.co/es/publicaciones_revista http://revistas.escuelaing.edu.co/index.php/reci

Resumen

Ante la imposibilidad de tener registros minuciosos del comportamiento de flujo en una estructura real, ya sea porque físicamente es imposible acceder a los sitios de medición o porque la adquisición de instrumentos o mecanismos que hay que usar suponen un alto costo de inversión, se ha creado en el hombre la necesidad de recurrir a medidas alternativas cuyo beneficio sea similar. Así, la modelación matemática ha empezado a ser el soporte de ecuaciones hidráulicas complejas, las cuales incluyen variables específicas que se pueden analizar para describir un fenómeno en específico. Por lo tanto, en el presente escrito se va a exponer la manera en la que se combinan tanto la modelación matemática como los modelos a escala para recrear la bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta, con el fin de comparar los resultados expresados por un modelo físico a escala elaborado por el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería, con los resultados obtenidos mediante la modelación bidimensional usando el software IBER 2D.

Al final del ejercicio se evaluarán parámetros y características de flujo que a simple vista son imperceptibles, pero que se pueden analizar a partir de los resultados luego de resolver las ecuaciones bidimensionales de Saint-Venant en toda su dimensión.

Palabras claves: IBER 2D, flujo a superficie libre, modelación bidimensional, calibración de estructuras hidráulicas.

Abstract

Due to the impossibility of obtaining detailed data of flow behavior in a real structure, because it is either physically impossible to access the measuring sites, or because acquiring the necessary tools or mechanisms demands high costs, the need to use alternative measures with similar benefits was born. Hence, mathematical modelling has become the support for complex hydraulic equations, which include specific variables that can be analyzed to describe a particular phenomenon. Therefore, this paper shows the way in which both mathematical modelling as well as scale models are combined to recreate the intake of La Naveta hydro power plant. The purpose is to compare the results obtained from a physical scale model made by the Center for Hydraulic Studies at Escuela Colombiana de Ingeniería with the results of the bidimensional modelling from software IBER 2D.

Finally, flow parameters and characteristics will be assessed; such parameters may seem to be imperceptible at first, but they can be analyzed from the results after completely working out the Saint-Venant bidimensional equations.

Keywords: IBER 2D, free surface flow, bidimensional modelling, hydraulic structure calibration.

INTRODUCCIÓN

Producto de la incertidumbre surgida al estudiar los detalles de cada uno de los fenómenos hidráulicos que se observan en la central hidroeléctrica La Naveta, de las dificultades asociadas a la capacidad máxima de captación y de la necesidad de puesta en funcionamiento para el caudal máximo de diseño, se ha propuesto analizar hidráulicamente una de las tres opciones planteadas para lograr derivar por la bocatoma un caudal de 31 m³/s, capaz de generar la máxima capacidad de energía para la cual se diseñó la central.

Por lo anterior, se va a utilizar el *software* de modelación bidimensional IBER 2D para reproducir la bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta y modelar los escenarios de flujo que se producen ante la ampliación de los muros del canal de aducción, con el fin de poder compararlos con los resultados conseguidos con el modelo físico que elaboró el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería, y establecer conclusiones y recomendaciones frente a su funcionamiento.

El propósito final, una vez que se encuentre calibrado el modelo hidráulico, es representar varios escenarios, los cuales permitan analizar resultados y tomar decisiones frente a situaciones específicas que físicamente no se pueden llevar a cabo.

RESULTADOS

Antes de empezar a mostrar los resultados de los modelos implementados es importante mencionar los siguientes aspectos:

- El módulo hidrodinámico de IBER resuelve las ecuaciones de Saint-Venant bidimensionales, incorporando los efectos de la turbulencia y rozamiento superficial por viento, dentro de las cuales todas las funciones y parámetros que aparecen en las ecuaciones hidrodinámicas (incluyendo el coeficiente de Manning y la velocidad del viento) pueden imponerse en forma variable tanto espacial como temporalmente.
- En lo que respecta a las *condiciones de contorno*, IBER es capaz de distinguir entre contornos cerrados (tipo pared) y contornos abiertos, por los cuales entra y sale agua del dominio de cálculo. En los contornos cerrados es posible imponer, bien sea una condición de deslizamiento libre o una condición de

fricción de pared, mientras que en los contornos abiertos se consideran diferentes opciones en función del régimen hidráulico en el contorno (Blade, 2010).

- Por su parte, en los *esquemas numéricos* las ecuaciones de aguas someras y las del módulo de turbulencia *k-ɛ* se resuelven mediante el método de volúmenes finitos para mallas bidimensionales no estructuradas, entendiéndose estas mixtas como las formadas por elementos triangulares y rectangulares.
- En cuanto a los modelos de turbulencia, específicamente la viscosidad turbulenta, IBER utiliza tres modelos promediados en profundidad: el modelo parabólico, un modelo de longitud de mezcla y el modelo k-e de Rastogi y Rodi (Rastogi, 1978).

A partir de la introducción anterior, el paso más importante de las características físicas del modelo numérico es la creación de la malla, razón por la cual es clave entender que todas las mallas en IBER están conformadas por elementos (polígonos) planos (no curvos), que se obtienen de discretizar la geometría (la cual puede ser curva en el espacio), de tal manera que las ecuaciones hidráulicas se resuelvan en cada elemento de la malla. Así, en la mayoría de los casos cuanto más fina es la malla, más precisos son los cálculos, porque la malla se parece más a la geometría, pero tanto el tiempo de cálculo como el tamaño de los archivos se incrementan.

Durante el proceso de mallado del presente caso de estudio, antes de llegar la malla definitiva, fue necesario crear varias mallas preliminares, las cuales tuvieron que refinarse en pro de optimizar el tiempo de cálculo y garantizar la estabilidad del modelo. A continuación se muestra el proceso de refinamiento.

$$\Delta t_{CFL} = CFL \frac{\Delta x}{U + \sqrt{g \cdot h}}, \quad con \ CFL \le 1,$$
$$\Delta t_{cálculo} = \min(\Delta t_{CFL}, \Delta t_{máx})$$

El detalle permite observar la cantidad de elementos que componen la malla no estructurada, los cuales evidentemente acrecientan el tiempo de cálculo. No obstante, el parámetro definitivo por el cual se descartó esta malla fue la inestabilidad del modelo, ya que no se satisfacía la condición de Courant, con el siguiente análisis:



Ilustración 1. Creación de superficies en modelo IBER. **Fuente:** Elaborado con IBER 2D.

De la expresión anterior hay parámetros que están dados por las condiciones de frontera, razón por la cual no se pueden modificar, tal como *U* (velocidad del agua), g (gravedad) y h (calado), pues tanto la velocidad del agua como el calado se irán calculando de acuerdo con el caudal establecido como condición de frontera. *CFL* es un parámetro que se establece en las opciones de cálculo, el cual claramente puede tomar varios valores que no pueden garantizar la estabilidad o inestabilidad del modelo. De todas las variables, podría jugar con Δt_{CFL} y Δx .

 $\Delta t_{cálculo}$ siempre va a ser el resultado del mínimo valor entre el establecido en los parámetros de tiempo como "incremento de tiempo máximo" y el que resulta del cálculo de la condición CFL: Δt_{CFL} . Finalmente, Δx se pueden modificar para equilibrar el valor de CFL y garantizar la estabilidad del modelo.

Optimización de la malla

Una malla estructurada facilitará los cálculos internamente y permitirá que el tiempo total se reduzca. Por ese motivo, en las zonas donde la geometría lo permitió se optó por una malla estructurada, dejando una no estructurada solamente en aquellos sitios en los cuales la geometría presente forzaba este tipo de superficies. Sin embargo, uno de los problemas principales radicó en la transición entre la malla estructurada y la no estructurada, ya que los elementos triangulares que estaban en la frontera poseían dimensiones muy pequeñas, lo cual ocasionaba inestabilidad en el modelo numérico, debido a que Δx es una de las variables que tienen mayor sensibilidad numérica para el cálculo del número de Courant.

Con base en las condiciones anteriores se fue perfeccionando la malla optimizando los tamaños de los elementos y, con ello, los tiempos de cálculo y la estabilidad del modelo, sin perder de vista la densidad en las zonas en las cuales se requería un mayor detalle. El resultado de los pasos anteriores y la complejidad de la rejilla se pueden ver más adelante (ilustraciones 2 y 3).

Sensibilidad de los parámetros numéricos

Antes de centrarse en el análisis de los resultados fue de vital importancia tener en cuenta que los parámetros numéricos más influyentes dentro del módulo hidrodinámico fueron Δx y Δt , debido a que son los únicos que se pueden modificar para poder garantizar la estabilidad del modelo según los requisitos dados por la condición CFL. Producto de que Δx y Δt tenían una repercusión diferente en el modelo numérico, fue necesario realizar un análisis de sensibilidad separado para cada uno, de tal



Ilustración 2. Malla optimizada del modelo. **Fuente**: Elaborado con IBER 2D.



Ilustración 3. Detalle de la malla en la rejilla. **Fuent**e: Elaborado con IBER 2D.

modo que se pudiera categorizar cuál parámetro avalaría la convergencia del modelo para todos los caudales.

Para ello, se examinó la sensibilidad del modelo al intervalo de tiempo (Δt), mediante corridas con diferentes pasos de tiempo de 5, 10, 15 y 20 segundos. Con este análisis se buscó identificar un valor adecuado del tamaño del intervalo (Δt) para la discretización temporal de las simulaciones, el cual no comprometiera ni la estabilidad ni los resultados del modelo, pero que fuese lo suficientemente significativo para hacer simulaciones en un tiempo computacional aceptable. Del análisis realizado se encontró que para pasos de tiempo superiores a 20 segundos el modelo presentó inestabilidad, lo cual demostró que el paso del tiempo final debería tomar un valor menor, optando por utilizar 15 s, el cual proporcionó buenos resultados para los caudales inferiores pero mostró inestabilidad para los más grandes, lo cual se estimó como 10 s el valor definitivo que cumplía con todas las condiciones.

En lo que respecta a (Δx), el valor definitivo fue establecido una vez definidos los tamaños de cada uno de los elementos que componen el mallado, tanto en aquellas zonas que poseen una malla estructurada como en las que tienen definida una no estructurada.

Definición de los parámetros físicos

El siguiente parámetro físico que faltaba por definir fue el de rugosidad de Manning, y se escogió 0,009 como el valor seleccionado con base en la rugosidad del acrílico, puesto que fue el material que componía tanto el fondo como las paredes del modelo físico. En lo que respecta a la rejilla, debido a que se modeló como un contorno sólido vertical a través del cual estaba restringido el paso de fluido, únicamente fue necesario asignar un valor de rugosidad a la pared del elemento sólido, valor que se determinó como el valor medio del siguiente rango de valores (0,0010 - 0,0013), ya que el material en el modelo físico era pintura. En este punto es importante destacar que en principio se tomó el valor promedio (0,00115) para evaluar el comportamiento del modelo, el cual fue satisfactorio; no obstante, se realizaron modelaciones con los valores límites del intervalo mencionado y se encontró que la influencia de este parámetro físico sobre las características de flujo era despreciable.

Finalmente, el último parámetro que se analizó fue la turbulencia, el cual influyó de manera considerable en las profundidades de lámina de agua calculadas, obteniendo mayor exactitud en la medida en que aumentaba la complejidad del modelo de turbulencia utilizado.

Calibración de los modelos numérico y físico

Para sustentar lo anterior y mostrar que los modelos de turbulencia analizados tienen repercusiones tanto en las profundidades de lámina de agua como en las velocidades obtenidas, se analizaron los calados en todos los puntos que tenían datos de medición en el modelo físico, permitiendo la comparación uno a uno con los valores de los modelos de turbulencia empleados.

Comparación de errores modelo sin turbulencia													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	¥7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13
Q = 30,58 m ³ /s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Modelo físico	18,60	18,40	18,50	18,90	20,90	21,10	21,10	21,20	20,70	21,20	21,20	21,20	20,10
Sin turbulencia	18,87	18,49	18,81	19,64	21,53	21,70	21,62	21,62	21,28	21,63	21,70	21,68	21,21
Diferencia (cm)	-0,27	-0,086	-0,307	-0,737	-0,628	-0,59	-0,515	-0,422	-0,581	-0,426	-0,496	-0,484	-1,108
Error (%)	-1,5	-0,5	-1,7	-3,9	-3,0	-2,8	-2,4	-2,0	-2,8	-2,0	-2,3	-2,3	-5,5

 Tabla 1

 Comparación de errores en los modelos de turbulencia

Comparación de errores modelo de turbulencia parabólico													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	¥7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13
Q = 30,58 m³/s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Modelo físico	18,60	18,40	18,50	18,90	20,90	21,10	21,10	21,20	20,70	21,20	21,20	21,20	20,10
Tur. parabólico	18,87	18,55	18,37	19,31	21,30	21,46	21,38	21,40	21,06	21,42	21,50	21,49	21,02
Diferencia (cm)	-0,267	-0,149	0,135	-0,408	-0,395	-0,363	-0,281	-0,198	-0,36	-0,218	-0,302	-0,292	-0,923
Error parabólico (%)	-1,4	-0,8	0,7	-2,2	-1,9	-1,7	-1,3	-0,9	-1,7	-1,0	-1,4	-1,4	-4,6

Comparación de errores modelo de turbulencia k- ϵ													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	¥7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13
Q = 30,58 m³/s	cm												
Modelo físico	18,60	18,40	18,50	18,90	20,90	21,10	21,10	21,20	20,70	21,20	21,20	21,20	20,10
Turb. k-ε	18,87	18,53	18,74	19,38	21,28	21,44	21,37	21,38	21,05	21,40	21,49	21,48	21,00
Diferencia (cm)	-0,266	-0,133	-0,241	-0,475	-0,376	-0,342	-0,266	-0,182	-0,346	-0,202	-0,287	-0,277	-0,902
Error modelo k-ε (%)	-1,4	-0,7	-1,3	-2,5	-1,8	-1,6	-1,3	-0,9	-1,7	-1,0	-1,4	-1,3	-4,5

Una mirada general permite concluir que existe similitud entre los resultados, razón por la cual es posible afirmar que las premisas planteadas como condiciones iniciales y de contorno, los parámetros asignados, el modelo numérico escogido y demás, están acordes con las condiciones físicas reales y reflejan en su mayoría los fenómenos que acompañan al flujo a lo largo de la estructura. Lo anterior se sustenta observando que el error porcentual más grande es 5.5 para el modelo sin turbulencia, el cual se reduce a 4,5 % mediante el uso de modelo k-e, lo cual permite afirmar que incluso donde la turbulencia es considerable y se dificultan las lecturas de lámina de agua, los resultados mostrados por el *software* son bastante acordes con la realidad.

Sin embargo, el efecto real de la turbulencia se aprecia en los cortes transversales generados para los perfiles de velocidad, debido a que es allí donde se ve reflejada la influencia tanto de la rugosidad como de la turbulencia debida a los gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo por el flujo medio, tal como se observa en la siguiente imagen (ilustración 4):



Ilustración 4. Velocidades transversales, sección 1. **Fuente**: Elaboración propia.

De la gráfica anterior se puede observar que en el centro del canal las velocidades tienden a tener valores similares, mientras que en los contornos de las paredes el perfil tiende a mostrar velocidades inferiores, tal como lo muestran las gráficas de los modelos sin turbulencia y parabólico, a causa de que los dos coinciden en la conje-



Ilustración 5. Resultados velocidad. Modelo de turbulencia k-ε. **Fuent**e: Elaborado con IBER 2D.



Ilustración 6. Resultados velocidad. Modelo de turbulencia parabólico. **Fuente**: Elaborado con IBER 2D.

tura que justo en el contorno con la pared la velocidad tenderá a ser cero. Por su parte, el modelo de turbulencia k-ε, al tener en cuenta los efectos viscosos, garantizará que las condiciones de flujo asuman la influencia tanto de las rugosidades laterales como de las velocidades a lo largo de la sección transversal, lo cual se traduce en un valor de velocidad mayor en el contorno lateral.

Para poder comparar gráficamente los modelos de turbulencia, se elaboraron los siguientes esquemas de áreas coloreadas (ilustraciones 5 y 6).

En cuanto a los campos de velocidades, se puede observar que los valores máximos al utilizar el modelo k-e disminuyen debido a que la turbulencia tiende a homogeneizar el campo de velocidades. Por lo tanto, las zonas de recirculación también tienden a disminuir, lo cual se observa al comparar los diagramas a la altura del corte 3, aproximadamente, pues en el segundo modelo se ve una franja azul clara, la cual indica que las velocidades presentes allí son mayores que el azul oscuro reflejado en el primer diagrama.

CONCLUSIONES

Dentro de este capítulo vale la pena destacar que en los ensayos experimentales que realizó el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería se generaron trece perfiles de lámina de agua diferentes, en flujo turbulento a superficie libre, los cuales permitieron abarcar el dominio hidráulico de operación de la Central Hidroeléctrica La Naveta. En dichos perfiles se identificaron los efectos de la rejilla como un elemento clave en el cambio de las condiciones de flujo a lo largo de la estructura, la importancia de los fenómenos turbulentos y los cambios espaciales en el comportamiento de variables de flujo. Además, el modelo numérico construido utilizando el software IBER 2D permitió representar de forma muy aproximada el comportamiento del flujo en el modelo, teniendo como principal condición el uso de modelos de turbulencia más completos y disponibles en IBER 2D.

Por un lado, las modelaciones realizadas con el modelo más elemental que ofrece IBER proporcionan una buena aproximación a las mediciones experimentales de lámina de agua leídas a través de los flexómetros adheridos a las paredes del canal; sin embargo, la inclusión de expresiones en el modelo numérico cuyo fin sea describir los modelos de turbulencia no sólo representa con mayor exactitud los fenómenos hidráulicos observados en el modelo sino que incluye variables y análisis adicionales, tales como la viscosidad turbulenta, a partir de los cuales es posible inferir los cambios que se producen en los perfiles transversales de velocidad en distintas secciones de flujo a lo largo de la estructura.

Dejando de lado el análisis con los flexómetros, se introdujeron los transductores de presión y su comparación con puntos homólogos en el modelo numérico, dando origen a la premisa de que el identificado como S12 se encontraba descalibrado mientras recopilaba lecturas en el modelo hidráulico, ya que los errores resultantes de cotejar los registros del transductor con los del modelo numérico en IBER arrojaron resultados cercanos al 32 %, los cuales son inconsistentes con la caracterización visual del trabajo de laboratorio.

Tanto las lecturas de los flexómetros como de los cinco transductores de presión ubicados en puntos estratégicos del modelo fueron de vital importancia para llevar a cabo con éxito la primera aproximación a la calibración del modelo numérico. Sin embargo, para disminuir los errores encontrados inicialmente fue necesario iterar usando distintos valores de características físicas, como la rugosidad, con el fin de encontrar un valor que redujera las diferencias.

En lo que respecta a la malla, la discretización llevada a cabo en el sector de la rejilla fue una réplica de las superficies que formaban parte de la geometría de esta misma zona, lo cual no sólo garantizó tener certeza de la distribución de los elementos y del tamaño de éstos, sino un mayor control en las longitudes mínimas requeridas para garantizar en todo momento la estabilidad del modelo, la cual dependía del cálculo de la condición de Courant. Esta afirmación adquiere sentido al analizar los resultados de las simulaciones realizadas, pues se observa que a lo largo del dominio computacional existe estabilidad numérica.

Por otro lado, el proceso de refinamiento de la malla mediante la combinación de superficies estructuradas en las secciones de geometría regular (asemejadas a cuadriláteros) y no estructuradas en las transiciones y cambios de dirección no sólo permitió que se tuviera un cubrimiento total de cada uno de los espacios computacionales, garantizando una clara representación de los fenómenos de flujo que ocurrían en el interior de la estructura, sino que se optimizara el tiempo de cálculo, requiriendo aproximadamente 9,5 horas para la simulación de cada uno de los escenarios.

Además, hay que tomar en cuenta que el modelo RANS y el aumento en la complejidad de los modelos de turbulencia hasta llegar a k-e obtuvieron una simulación numérica coherente y muy similar a las observadas en los ensayos experimentales, ya que la tendencia de los errores empezó a disminuir, logrando que el perfil de la lámina de agua simulada en IBER 2D se asemejara considerablemente a los perfiles obtenidos en el laboratorio. Así mismo, cabe destacar que aumentó el detalle de los fenómenos de turbulencia en el sector de la rejilla, mostrando tanto la aceleración del flujo hacia la arista de la margen izquierda como el represamiento en el sector de la margen derecha en el canal aguas abajo de la rejilla, simulando claramente los remolinos e identificando las zonas de recirculación y flujo muerto.

Partiendo de que el modelo de turbulencia k-e es el único que requiere que se establezcan condiciones iniciales antes de dar inicio al proceso de cálculo, logró concluirse que la estimación tanto de la energía cinética turbulenta (k) como de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta (ɛ) fue de vital importancia para la convergencia del modelo numérico, ya que estos parámetros son parte de las ecuaciones de transporte que se resuelven para calcular la distribución espacial de la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación. Así, las expresiones que representan los términos de difusión, producción por gradientes horizontales de velocidad, producción por fricción en el fondo y disipación partieron de raíces adecuadas, las cuales permitieron la convergencia del modelo y mostraron resultados satisfactorios a lo largo de la bocatoma.

Claramente, en el sector de la rejilla se potencian los efectos turbulentos del modelo, los cuales están asociados a todos los cambios de régimen de flujo que se produjeron en esa zona. Debido a que la trayectoria de la corriente principal estaba ubicada en la margen izquierda (aguas abajo de la rejilla), en ese sector se concentraría la mayor cantidad de energía cinética turbulenta, la cual justo en ese punto empezaría el proceso de disipación a medida que el flujo avanza por el canal de conducción, logrando que los perfiles de velocidad en las secciones transversales empiecen a estabilizarse. En



Ilustración 7. Viscosidad turbulenta. Modelo de turbulencia k-ε. **Fuente**: Elaborado usando IBER 2D.



Ilustración 8. Viscosidad turbulenta. Modelo de turbulencia k- ϵ . **Fuente**: Elaborado usando IBER 2D.

la siguiente ilustración se muestra la sectorización de los valores mayores una vez que el flujo atraviesa la rejilla, por lo que se puede observar este efecto (ilustración 9):

Tan pronto como el flujo atraviesa la rejilla se observan oscilaciones en la superficie de la lámina de agua, las cuales representan adecuadamente lo ocurrido en esta zona; esto se puede ver con claridad gracias a la discretización minuciosa generada en ese sector.

Los perfiles generados cambiando las secciones de control reflejan claramente que la rejilla es un elemento influyente en el flujo a lo largo del canal, pero que en ningún momento hace que el flujo cambie su condición subcrítica. Además, es posible inferir que a medida que se reduce el valor de la profundidad de lámina de agua como sección de control aguas abajo, la energía potencial disponible al inicio del canal también disminuye, mostrando un ΔE asociado al paso del flujo por la rejilla.

Finalmente, pese a que modificar la sección de control aguas abajo modifica la energía disponible para transportar el flujo al ingreso del canal de aducción, el perfil de calados a lo largo de la estructura no demuestra variaciones considerables distintas de un traslado vertical con respecto al caudal de referencia.



Ilustración 9. Viscosidad turbulenta. Modelo de turbulencia $k-\epsilon$. **Fuente**: Elaborado con IBER.

REFERENCIAS

Bladé, E., Cea, L., Corestein, G., Escolano, E., Puertas, J., Vázquez-Cendón, E., ... Coll, A. (2014). IBER: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, *30*(1), 1-10. https://doi.org/10.1016/j.rimni.2012.07.004.

Bladé, E., & Gómez-Valentín, M. (2006). Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado en una y dos dimensiones. Monograph Cimne N.º 97. Barcelona, España. Cedex, Geama, Flumen y Cimne (2010). IBER. Modelización bidimensional del flujo en lámina libre en aguas poco profundas. Manual básico de usuario. Chow, V. T. (1959). *Open channel hydraulics*. Nueva York: McGraw-Hill.

López, J., Alavez-Ramírez, J., & Hernández, J.L. (2009). Solución numérica del modelo de Saint-Venant vía volúmenes finitos, pp. 34–53.

Sierra, F. (2015). Comparación entre metodologías de modelación hidrológica HEC HMS, hidráulica en 1D HEC-RAS y 2D modelo IBER, de planicies de inundación y zonas urbanas para el caso de Villapinzon, Cundinamarca. Recuperado a partir de https:// repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/193.